

Exercice 1 : (9 pts)

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6$.

- 1) a) Vérifier que 2 est une racine du polynôme P.
b) Factoriser P(x) en produit de binômes de premier degré.
c) Résoudre dans IR l'inéquation : $3(x + 1) - P(x) \leq 0$.
- 2) Soit $Q(x) = x^4 + 3x^2 - 4$.
a) Montrer que Q(x) se factorise par $x^2 - 1$.
b) Factoriser alors Q(x).
- 3) Soit f la fonction rationnelle définie par $f(x) = \frac{Q(x)}{P(x)}$.
a) Déterminer l'ensemble de définition de f.
b) Simplifier f(x).
c) Résoudre dans IR : $f(x) \leq 0$.

Exercice 2 : (11 pts)

Soit ABCD un carré de coté 3 cm et I le barycentre des points pondérés (A, 2) et (B, 1).

I) Soit l'application $f : P \rightarrow P$

$$M \mapsto M' \text{ tel que } \overline{MM'} - 2\overline{MA} - \overline{MB} = \overline{O}.$$

- 1) Déterminer f(A).
- 2) a) Montrer que f admet un unique point invariant que l'on déterminera.
b) Montrer que f est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.
- II) Soit h l'homothétie de centre I et de rapport -2.
 - 1) Déterminer h((AD)).
 - 2) (ID) coupe (BC) en E. Montrer que $h(D) = E$ puis évaluer le rapport $\frac{BE}{AD}$.
 - 3) (AE) et (BD) se coupent en F. Montrer que $A = E * F$.
 - 4) Soit \mathcal{C} le cercle de centre I et de rayon IA.
 - a) Déterminer et construire le cercle $\mathcal{C}' = h(\mathcal{C})$.
 - b) Montrer que (BC) est tangente à \mathcal{C}' .